合理进行多元分析——简单结构方程模型分析

胡纯严[1],胡良平[1,2*]

(1. 军事科学院研究生院,北京 100850;

2. 世界中医药学会联合会临床科研统计学专业委员会,北京 100029

*通信作者:胡良平,E-mail:lphu927@163.com)

【摘要】 本文目的是介绍与简单结构方程模型分析有关的基本概念、计算方法、两个实例及SAS实现。基本概念包括结构方程模型的构成、内生变量与外生变量、结构方程模型的三种类型;计算方法涉及结构方程模型的数学形式和拟合结构方程模型的基本思路;两个实例的资料分别是"学生父母社会经济地位及学生表现情况"和"中学生数学学习效能资料";借助SAS软件,对两个实例中的数据分别进行了结构方程模型分析,并对SAS输出结果做出了解释。

【关键词】 内生变量;外生变量;测量模型;结构模型;方差协方差矩阵

中图分类号:R195.1 文献标识码:A doi:10.11886/scjsws20230925003

Reasonably carry out multivariate analysis: simple structural equation model analysis

Hu Chunyan[1], *Hu Liangping*[1,2*]

(1. *Graduate School*, *Academy of Military Sciences PLA China*, *Beijing* 100850, *China*;

2. *Specialty Committee of Clinical Scientific Research Statistics of World Federation of Chinese Medicine Societies*, *Beijing* 100029, *China*

**Corresponding author*: Hu Liangping, *E-mail*: lphu927@163.com)

【**Abstract**】 The purpose of this article was to introduce the basic concepts, calculation methods, two examples and SAS implementation related to the simple structural equation model analysis. Basic concepts included composition of structural equation models, endogenous variables and exogenous variables and three types of structural equation models. The calculation methods involved the mathematical form of the structural equation model and the basic idea of fitting the structural equation model. The data in the two examples were "socio-economic status of students' parents and their performance" and "middle school students' mathematics learning effectiveness data". With the help of SAS software, the structural equation model analysis was conducted on the data in the two examples, and an explanation was given to the SAS output results.

【**Keywords**】 Endogenous variables; Exogenous variables; Measurement model; Structural model; Variance-covariance matrix

结构方程模型是20世纪六七十年代出现的新兴的统计分析手段,为近年来统计学三大进展之一。结构方程模型弥补了传统统计分析方法的不足:既可研究可直接观测的变量,又可研究不能直接观测的变量(隐变量);不仅能研究变量之间的直接作用,还可研究变量之间的间接作用,并通过路径图直观地显示变量之间的关系;通过结构方程模型可构建出隐变量之间的关系,并验证这种结构关系是否合理。

1 基本概念

1.1 结构方程模型的构成

结构方程模型由两部分构成:测量模型和结构模型。其中,测量模型是度量观测变量与潜在因子之间的相关关系;而结构模型是度量潜在因子之间的结构关系,包括直接的影响关系和间接的影响关系。测量模型即为证实性因子分析模型。若把结构模型中的潜在因子视为观测变量,结构模型就是路径分析模型。所以,结构方程模型是证实性因子分析和路径分析的结合[1-2]。

1.2 内生变量与外生变量

内生变量是指在一个设定的模型中,受其他变量影响或被其他变量解释的变量,可看作模型或方程中的因变量;外生变量是指在一个设定的模型中,只影响或解释其他变量,而不被其他变量影响或解释的变量,可看作模型或方程中的自变量。当内生变量既被其他变量影响、同时又影响其他变量时,该内生变量也可称为中介变量。

1.3 结构方程模型的三种类型

第一种:纯粹验证模型。在此类分析中,研究者

只是用一个设想的模型去拟合一个样本数据，目的是验证模型是否能较好地拟合样本数据，从而决定接受或拒绝设想的这个模型。在实际应用中，此类分析较少见，因为研究者往往是希望找到更好的模型，而不是单纯考查某一模型是否能拟合样本数据。

第二种：选择模型。在此类分析中，研究者往往提出多个不同的设想模型，目的是根据各模型对样本数据的拟合效果来决定选用哪个模型。这类分析略为常见，但在实际应用中，往往还需对选定的模型进行一定的修正。

第三种：生成模型。在此类分析中，研究者先提出一个或多个不同的设想模型，然后检验这些模型对样本数据的拟合效果，再依据专业知识和统计知识，对模型中拟合不好、不合理的部分进行修正，并用原样本数据或同一总体的其他样本数据再次检验修正后的模型对资料的拟合效果。不断重复这一过程，直到获得一个较合理且令人满意的模型为止。实际应用中，这类分析最常见。

2 计算方法

2.1 结构方程模型的数学形式

为了区分变量在不同方程中的作用，需将潜变量和观测变量分为内生变量与外生变量。结构方程模型是由两个测量模型和一个结构模型组成，表示为如下三个矩阵方程（即三个方程组）[3-4]，见式（1）、式（2）、式（3）。

$$X = \Lambda_X \xi + \delta \tag{1}$$

$$Y = \Lambda_y \eta + \varepsilon \tag{2}$$

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta \tag{3}$$

上式中，ξ和η分别为外生潜变量和内生潜变量组成的向量，X和Y是观测变量组成的向量，δ和ε分别为X和Y的测量误差组成的向量，Λ_X是X对ξ的因子载荷矩阵，Λ_y是Y对η的因子载荷矩阵，B是η对η的结构系数矩阵，反映内生潜变量之间的关系，Γ是ξ对η的结构系数矩阵，反映外生潜变量对内生潜变量的影响，ζ是结构残差向量。式（1）和式（2）是测量模型，从形式上看，测量模型实际就是证实性因子分析模型。测量模型可以看成是潜变量对观测变量性质的度量，即可靠性的一种描述。式（3）对应结构模型，揭示了潜变量之间的结构关系。

2.2 拟合结构方程模型的基本思想

假设式（1）、式（2）、式（3）包括q个外生观测变量X和p个内生观测变量Y。令S是由样本数据计算出的关于$(p+q)$个观测变量(Y,X)的方差协方差矩阵，即$S = Cov\left\{\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}\right\}$。显然，它是与结构方程中的参数无关的矩阵，可称其为由样本导出的方差协方差矩阵[5-6]。假设结构方程模型共含有k个未知参数。令θ是由这k个未知参数构成的k维向量，则由式（1）、式（2）、式（3）可以导出(Y,X)的理论方差协方差矩阵$\Sigma(\theta)$，它是模型隐含的方差协方差矩阵，一般有式（4）。

$$\Sigma(\theta)=E\left\{\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}^T\right\}=E\left\{\begin{bmatrix} YY^T & YX^T \\ XY^T & XX^T \end{bmatrix}\right\}= E\left\{\begin{bmatrix} (\Lambda_y\eta+\varepsilon)(\Lambda_y\eta+\varepsilon)^T & (\Lambda_y\eta+\varepsilon)(\Lambda_x\xi+\delta)^T \\ (\Lambda_x\xi+\delta)(\Lambda_y\eta+\varepsilon)^T & (\Lambda_x\xi+\delta)(\Lambda_x\xi+\delta)^T \end{bmatrix}\right\} \tag{4}$$

由式（3）可得：

$$\eta = (I - B)^{-1}(\Gamma\xi + \zeta) \tag{5}$$

根据前述的假设条件有：0

$$\begin{aligned} E(\xi\delta^T) &= E(\delta\xi^T) = 0 \\ E(\eta\varepsilon^T) &= E(\varepsilon\eta^T) = 0 \\ E(\zeta\xi^T) &= E(\xi\zeta^T) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

令Φ是ξ的方差协方差矩阵，Ψ是ζ的方差协方差矩阵，θ_δ是δ的方差协方差矩阵，θ_ε是ε的方差协方差矩阵，则有式（7）。

$$\begin{aligned} &\Phi = E(\xi\xi^T), \Psi = E(\zeta\zeta^T), \\ &\Theta_\delta = E(\delta\delta^T), \Theta_\varepsilon = E(\varepsilon\varepsilon^T) \end{aligned} \tag{7}$$

将式（5）代入式（4）后展开取各项的期望，并用式（6）、式（7）简化得式（8）。

$$\Sigma(\theta) = \begin{bmatrix} \Lambda_y A(\Gamma\Phi\Gamma^T + \Psi)A^T\Lambda^T{}_y + \theta_\varepsilon & \Lambda_y A\Gamma\Phi\Lambda^T T_x \\ \Lambda_x\Phi\Gamma^T A^T\Lambda^T{}_y & \Lambda_x\Phi\Lambda^T{}_x + \theta_\delta \end{bmatrix} \tag{8}$$

式（8）中，$A=(I-B)^{-1}$是非奇异矩阵。

检验模型对数据拟合效果，实际上就是比较理论方差协方差矩阵$\Sigma(\theta)$和总体方差协方差矩阵Σ的差异是否足够小。Σ的实际值是不可知的，一般用样本的方差协方差矩阵S代替。而由S求得参数的估计值后，就可以求出$\Sigma(\theta)$的估计值$\Sigma(\hat{\theta})$。当$\Sigma(\hat{\theta})$与S的差异很小时，就表明理论模型较好地拟合了数据[7-8]。

3 实例与SAS实现

3.1 问题与数据结构

3.1.1 2个实际问题及数据

【例1】研究者欲探讨父母的社会经济地位如何影响学生在学校和工作中的表现，对3 094名学生进行问卷调查，包括5个指标：X_1为母亲的学历等级（取值为1~6），X_2为父亲的学历等级（取值为1~6），X_3为父母的工资总收入等级（取值为1~10），Y_1为学生的大学学分等级（取值为1~4），Y_2为学生毕业5年后的工资等级（取值为1~10）。数据见表1[9]。

本例中，X_1、X_2、X_3、Y_1、Y_2是5个观测变量，隐含着2个潜在因子：父母的社会经济地位和学生的表现。可将5个观测变量组成的数据视为连续型定量资料，它们的相关系数矩阵见表2，路径图见图1。试基于表2和图1资料进行结构方程模型分析。

【例2】某研究者根据相关经验，提出了一个有关数学态度、数学投入、数学成就和数学效能4个隐变量的因果模型。随机抽取250名中学生为样本，并测量8个指标来表征4个隐变量：X_1代表学习动机得分，X_2代表学习信心得分，X_3代表工作投入得分，X_4代表自我投入得分，Y_1代表学期成绩得分，Y_2代表成就测验得分，Y_3代表自我肯定得分，Y_4代表持续努力得分。各观测变量之间的相关系数矩阵见表3，中学生数学学习效能结构方程模型路径图见图2[9]。试基于表3和图2资料进行结构方程模型分析。

表1 学生父母社会经济地位及学生表现情况

Table 1 Socio-economic status of students' parents and their performance

编号	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
1	2	4	5	2	4
2	5	7	7	4	8
3	3	8	6	5	7
…	…	…	…	…	…
3 094	4	6	5	3	6

表2 5个定量变量之间的相关系数矩阵

Table 2 Correlation coefficient matrix between five quantitative variables

变量	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
X_1	1.000 0				
X_2	0.590 2	1.000 0			
X_3	0.546 1	0.450 9	1.000 0		
Y_1	0.285 2	0.237 7	0.234 9	1.000 0	
Y_2	0.270 1	0.226 9	0.220 3	0.675 9	1.000 0

表3 8个观测变量之间的相关系数矩阵

Table 3 Correlation coefficient matrix between eight observed variables

变量	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3	X_4
Y_1	1.000							
Y_2	0.641	1.000						
Y_3	0.445	0.401	1.000					
Y_4	0.405	0.419	0.650	1.000				
X_1	0.412	0.447	0.450	0.511	1.000			
X_2	0.339	0.317	0.401	0.375	0.700	1.000		
X_3	0.321	0.394	0.462	0.401	0.301	0.405	1.000	
X_4	0.324	0.421	0.380	0.322	0.239	0.226	0.712	1.000

注：Y_1的标准差为1.682，Y_2的标准差为1.927，Y_3的标准差为2.189，Y_4的标准差为2.125，X_1的标准差为1.245，X_2的标准差为2.198，X_3的标准差为2.127，X_4的标准差为1.652

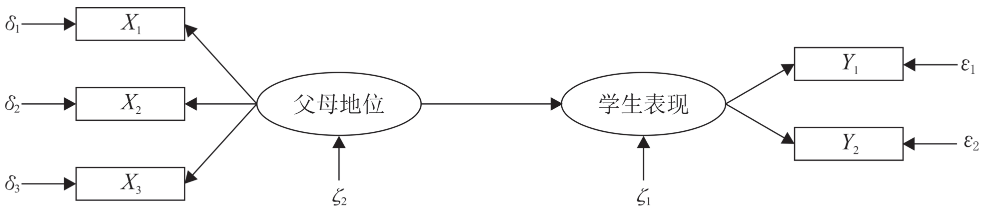

图1 父母的社会经济地位与学生表现的结构方程模型路径图

Figure 1 Structural equation model path map of parents' socioeconomic status and student performance

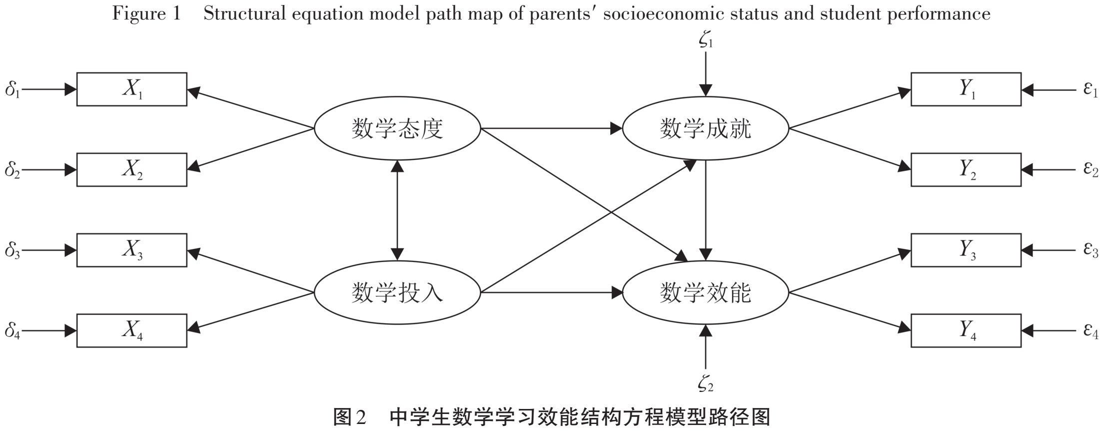

图2 中学生数学学习效能结构方程模型路径图

Figure 2 Path diagram of the structural equation model for students' mathematical learning efficiency

3.1.2 对数据结构的分析

例1中，X_1、X_2、X_3是3个自变量；Y_1、Y_2是2个因变量；ζ_1和ζ_2是两个隐变量；3个δ和2个ε分别为X和Y的误差变量。例2中，X_1、X_2、X_3、X_4为4个自变量；Y_1、Y_2、Y_3、Y_4为4个因变量；ζ_1、ζ_2、ζ_3、ζ_4为4个隐变量；4个δ和4个ε分别为X和Y的误差变量。

3.2 用SAS实现统计分析

3.2.1 分析例1的资料

设所需要的SAS程序如下[10]：

```
data a1(type=corr);
_type_='corr';
input _name_ $ X1-X3 Y1 Y2;
if _n_=1 then _type_='std';
else _type_='corr';
datalines;
std 1.229 1.511 2.649 0.777 0.810
X1 1.0000 . . . .
X2 0.5902 1.0000 . . .
X3 0.5461 0.4509 1.0000. .
Y1 0.2852 0.2377 0.2349 1.0000 .
Y2 0.2701 0.2269 0.2203 0.6759 1.0000
;
run;
proc calis nobs=3094 res;
lineqs X1=f1+e1,
X2=a2 f1+e2,
X3=a3 f1+e3,
Y1=f2+e4,
Y2=a5 f2+e5,
f2=b1 f1+d1;
std e1-e5 d1 f1=7*var;
title '父母的经济地位与学生表现的结构方程模型分析';
run;
```

【SAS程序说明】将路径图（见图1）中接受箭头的变量放置在方程等号左边，发出箭头的变量放置在方程等号右边；将“误差变量”放置在方程等号最右边。

【SAS输出结果及解释】线性方程中，标准回归系数的估计结果见表4。由表4可知，结构方程模型中5个参数与0之间差异均有统计学意义，说明通过分析得到的结构方程模型基本成立。外生变量方差的标准化结果的估计值见表5。

表4 线性方程中的标准化效应

Table 4 Standardization effects in linear equation

变量	预测变量	参数	估计	标准误	t	Pr>|t|
X_1	f_1	–	0.707	–	–	–
X_2	f_1	a_2	0.721	0.007	96.939	<0.001
X_3	f_1	a_3	0.944	0.001	686.200	<0.001
Y_1	f_2	–	0.721	0.002	311.300	<0.001
Y_2	f_2	a_5	0.526	0.015	35.071	<0.001
f_2	f_1	b_1	0.276	0.022	12.299	<0.001

表5 外生变量方差的标准化结果

Table 5 Normalized results of the variance of exogenous variables

变量类型	变量	参数	估计	标准误	t	Pr>|t|
误差	e_1	var	0.500	–	–	–
	e_2	var	0.481	0.011	44.839	<0.001
	e_3	var	0.110	0.003	42.304	<0.001
	e_4	var	0.480	0.003	143.800	<0.001
	e_5	var	0.723	0.016	45.871	<0.001
扰动	d_1	var	0.924	0.012	74.751	<0.001
隐藏	f_1	var	1.000	–	–	–

根据表4和表5的计算结果，可写出结构方程组中各方程的具体表达式，见式(9)。

$$\begin{cases} X_1 = 0.707f_1 + 0.500e_1 \\ X_2 = 0.721f_1 + 0.481e_2 \\ X_3 = 0.944f_1 + 0.110e_3 \\ Y_1 = 0.721f_2 + 0.480e_4 \\ Y_2 = 0.526f_2 + 0.723e_5 \\ f_2 = 0.276f_1 + 0.924d_1 \end{cases} \tag{9}$$

将式(9)中各方程等号右边第一项的系数分别填入图1中从“父母地位”指向X_1、X_2、X_3的箭头上，从“学生表现”指向Y_1、Y_2的箭头上，以及指向“学生表现”的箭头上；将式(9)中各方程等号右边第二项的系数分别填入图1中δ_1、δ_2、δ_3、ε_1、ε_2、ζ_1处，就完成了结构方程模型的计算和呈现任务。因篇幅所限，带有系数的结构方程模型路径图从略。

3.2.2 分析例2的资料

设所需要的SAS程序如下[10]：

```
data a2(type=corr);
_type_='corr';
input _name_ $ Y1-Y4 X1-X4;
if _n_=1 then _type_='std';
else _type_='corr';
cards;
std  1.682  1.927  2.189  2.125  1.245  2.198
2.127 1.652
```

```
Y1 1.000 . . . . . . .
Y2 0.641 1.000 . . . . . .
Y3 0.445 0.401 1.000 . . . . .
Y4 0.405 0.419 0.650 1.000 . . . .
X1 0.412 0.447 0.450 0.511 1.000 . . .
X2 0.339 0.317 0.401 0.375 0.700 1.000 . .
X3 0.321 0.394 0.462 0.401 0.301 0.405 1.000.
X4 0.324 0.421 0.380 0.322 0.239 0.226 0.712 1.000
;
run;
proc calis cov nobs=250 res;
lineqs X1=a1 f1+e1,
X2=a2 f1+e2,
X3=a3 f2+e3,
X4=a4 f2+e4,
Y1=a5 f3+e5,
Y2=a6 f3+e6,
Y3=a7 f4+e7,
Y4=a8 f4+e8,
f3=b1 f1+b2 f2+d1,
f4=b3 f1+b4 f2+b5 f3+d2;
std e1-e8 d1 d2 f1 f2=12*var;
cov f1 f2=cf1f2,d1 d2=cd1d2;
run;
```

【SAS输出结果及解释】线性方程中标准回归系数的估计结果见表6。结构方程模型中13个参数与0之间差异均有统计学意义，说明通过分析得到的结构方程模型基本成立。

表6　线性方程中的标准化效应

Table 6　Standardization effects in linear equation

变　量	预测变量	参　数	估　计	标准误	t	Pr>|t|
X_1	f_1	a_1	0.662	0.035	18.851	<0.001
X_2	f_1	a_2	0.879	0.013	68.460	<0.001
X_3	f_2	a_3	0.871	0.014	64.201	<0.001
X_4	f_2	a_4	0.779	0.023	33.433	<0.001
Y_1	f_3	a_5	0.780	0.023	33.307	<0.001
Y_2	f_3	a_6	0.837	0.017	48.217	<0.001
Y_3	f_4	a_7	0.871	0.014	64.393	<0.001
Y_4	f_4	a_8	0.860	0.015	58.533	<0.001
f_3	f_1	b_1	0.328	0.078	4.225	<0.001
f_3	f_2	b_2	0.390	0.076	5.154	<0.001
f_4	f_1	b_3	0.292	0.069	4.264	<0.001
f_4	f_2	b_4	0.271	0.067	4.043	<0.001
f_4	f_3	b_5	0.305	0.036	8.539	<0.001

外生变量方差的标准化结果的估计值见表7。外生变量中协方差的标准化结果的估计值见表8。由表8可知，两个隐变量d_1与d_2之间的协方差的估计值为0.013，此值与0之间差异无统计学意义，即可以认为这两个隐变量互相独立。

表7　外生变量方差的标准化结果

Table 7　Normalized results of the variance of exogenous variables

变量类型	变　量	参　数	估　计	标准误	t	Pr>|t|
误差	e_1	var	0.561	0.047	12.068	<0.001
	e_2	var	0.227	0.023	10.079	<0.001
	e_3	var	0.241	0.024	10.172	<0.001
	e_4	var	0.394	0.036	10.847	<0.001
	e_5	var	0.392	0.037	10.741	<0.001
	e_6	var	0.299	0.029	10.302	<0.001
	e_7	var	0.242	0.024	10.276	<0.001
	e_8	var	0.261	0.025	10.346	<0.001
扰动	d_1	var	0.624	0.067	9.531	<0.001
	d_2	var	0.489	0.058	8.374	<0.001
隐藏	f_1	var	1.000	–	–	–
	f_2	var	1.000	–	–	–

表8　外生变量中协方差的标准化结果

Table 8　Normalized results of covariance in exogenous variables

Var1	Var2	参　数	估　计	标准误	t	Pr>|t|
f_1	f_2	cf_1f_2	0.456	0.065	7.011	<0.001
d_1	d_2	cd_1d_2	0.013	0.031	0.417	0.677

基于表6、表7、表8的计算结果，参照前文式(9)，可写出与例2资料对应的结构方程模型，见式(10)。

$$\begin{cases} X_1 = 0.662f_1 + 0.561e_1 \\ X_2 = 0.879f_1 + 0.227e_2 \\ X_3 = 0.871f_2 + 0.241e_3 \\ X_4 = 0.779f_2 + 0.394e_4 \\ Y_1 = 0.780f_3 + 0.392e_5 \\ Y_2 = 0.837f_3 + 0.299e_6 \\ Y_3 = 0.871f_4 + 0.242e_7 \\ Y_4 = 0.860f_4 + 0.261e_8 \\ f_3 = 0.328f_1 + 0.390f_2 + 0.624d_1 \\ f_4 = 0.292f_1 + 0.271f_2 + 0.305f_3 + 0.489d_2 \end{cases} \tag{10}$$

4　讨论与小结

4.1　讨论

结构方程模型具有很多传统模型所不具有的优点，概括为以下五个方面。

第一，结构方程模型可以同时处理多个因变量。绝大多数传统的统计分析方法都只允许模型中存在一个因变量，其实质是认为该因变量仅受模型中自变量的影响，未考虑因变量之间的相互影

响。而结构方程模型分析则在模型中引入了多个因变量,并设定因变量之间存在一定的关系,更符合实际应用的情况。

第二,允许自变量存在测量误差。在传统的统计分析方法中,一般都默认自变量是可以直接观测的,故不存在测量误差。但隐变量无法直接测量,只能被相应的观测变量表征。而在由观测变量表征隐变量的过程中,可能产生测量误差。结构方程模型分析充分考虑到这一点,其内生隐变量和外生隐变量的测量模型在形式上是一致的,都有误差项存在,这与实际情况更相符。

第三,结构方程模型能够同时估计隐变量的测量关系以及隐变量之间的结构关系。在传统的统计分析方法中,隐变量自身的测量关系以及隐变量之间的结构关系往往是分开处理的。以考查隐变量的相关性为例,传统的分析方法是先采用因子分析的方法对各隐变量对应的观测变量进行分析,得到因子得分并作为隐变量的"测量值",再通过两个隐变量的"测量值"计算它们之间的相关系数,以此作为隐变量之间的相关系数。以上两个步骤相互独立。而在结构方程模型分析中,这两步是同时进行的,即同时考虑隐变量的测量关系和隐变量之间的结构。

第四,结构方程模型允许弹性更大的测量模型。传统的统计分析方法一般对模型的设定有着诸多限制,例如,每个观测变量只能从属于一个隐变量。而结构方程模型分析则更加灵活:一方面,允许测量误差之间存在相关,且此相关不局限于测量同一隐变量的不同观测变量的误差之间,也可存在于测量不同隐变量的观测变量的误差之间(当然,除非有特殊理由,否则测量内生隐变量的观测变量误差不能与测量外生隐变量的观测变量误差之间相关);另一方面,不再限制每个观测变量只能从属于一个隐变量,而是可以在多个隐变量上存在负荷。

第五,结构方程模型可以估计整个模型的拟合效果。在传统的路径分析中,只估计每条路径的强弱,而结构方程模型分析不但可以对这些参数进行估计,还可计算不同模型拟合同一样本数据的整体拟合效果,进而判断哪个模型能更准确地反映数据之间的关系,从而得到最优的拟合模型。

4.2 小结

本文介绍了与结构方程模型分析有关的基本概念、计算方法、两个实例以及使用SAS实现计算的方法。基本概念包括结构方程模型的构成、内生变量与外生变量、结构方程模型的三种类型;计算方法涉及结构方程模型的数学形式和拟合结构方程模型的基本思路;两个实例的资料分别是"学生父母社会经济地位及学生表现情况"和"中学生数学学习效能资料";借助SAS软件,对两个实例中的数据分别进行了结构方程模型分析,并对SAS输出结果做出了解释。

参考文献

[1] 张岩波. 潜变量分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 83-112.
Zhang YB. Latent variables analysis [M]. Beijing: Higher Education Press, 2009: 83-112.

[2] 万崇华, 罗家洪. 高级医学统计学[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 218-234.
Wan CH, Luo JH. Advanced medical statistics [M]. Beijing: Science Press, 2014: 218-234.

[3] 王建华. 实用医学科研方法[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2003: 486-512.
Wang JH. Practical medical research methods [M]. Beijing: People's Medical Publishing House, 2003: 486-512.

[4] Armitage P, Colton T. Encyclopedia of biostatistics [M]. 2nd edition. New York: John Wiley & Sons, 2005: 5704-5712.

[5] Lattin JM, Carroll JD, Green PE. 多元统计分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 352-385.
Lattin JM, Carroll JD, Green PE. Analyzing multivariate data [M]. Beijing: China Machine Press, 2003: 352-385.

[6] 李卫东. 应用多元统计分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2008: 351-370.
Li WD. Applied multivariate statistical analysis [M]. Beijing: Peking University Press, 2008: 351-370.

[7] 何晓群. 多元统计分析[M]. 2版. 北京: 中国人民大学出版社, 2008: 329-349.
He XQ. Multivariate statistical analysis[M]. 2nd edition. Beijing: China Renmin University Press, 2008: 329-349.

[8] 易丹辉. 结构方程模型 方法与应用[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2008: 42-164.
Yi DH. Structural equation modeling methods and applications [M]. Beijing: China Renmin University Press, 2008: 42-164.

[9] 胡良平. 面向问题的统计学: (3)试验设计与多元统计分析[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2012: 165-213.
Hu LP. Problem-oriented statistics: (3) experimental design and multivariate statistical analysis [M]. Beijing: People's Medical Publishing House, 2012: 165-213.

[10] SAS Institute Inc. SAS/STAT®15.1 user's guide[M]. Cary, NC: SAS Institute Inc, 2018: 1383-3062.

(收稿日期:2023-09-25)
(本文编辑:吴俊林)